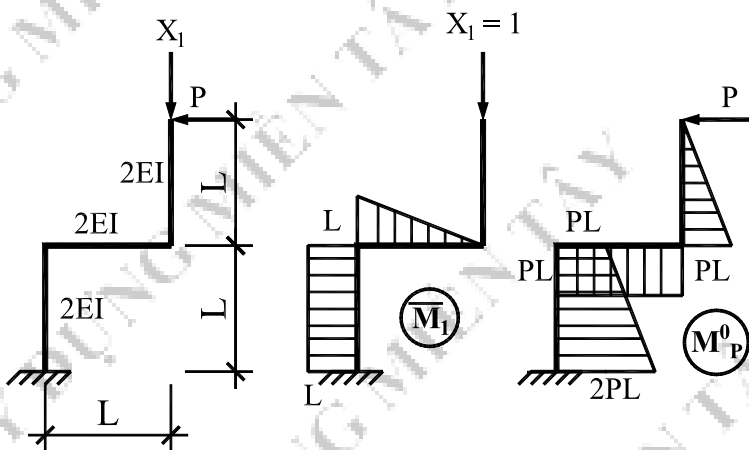
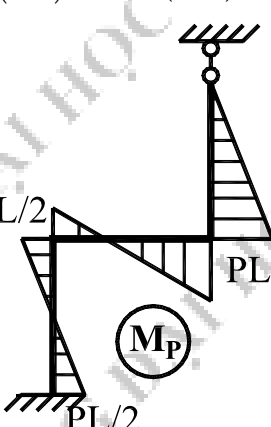
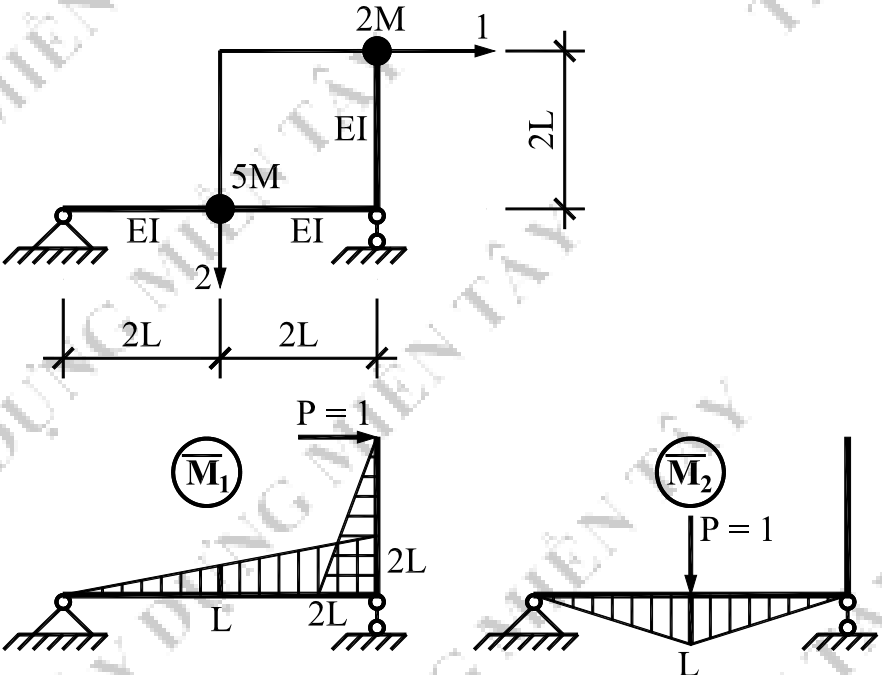


Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1	a	<p>Tần số dao động riêng</p> <p>Đặt lực P tại vị trí khối lượng M theo phương đứng để xác định phản lực X và vẽ biểu đồ mômen (M_p)</p>  <p>(Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen (\bar{M}_1) 0,50đ; biểu đồ mômen (M_p^0) 0,50đ)</p>	4,00
		<p>Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$</p>	0,25
		$\delta_{11}^* = \frac{1}{2EI} \times L \times L \times L + \frac{1}{2EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3} = \frac{2L^3}{3EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = -\frac{1}{2EI} \times \frac{1}{2} \times L \times L \times PL - \frac{1}{2EI} \times (2PL + PL) \times \frac{L}{2} \times L = -\frac{PL^3}{EI}$	0,25
		$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}^*}{\delta_{11}^*} = \frac{3}{2}$	0,25
		<p>Vẽ biểu đồ mômen (M_p) = (\bar{M}_1) \times X_1 + (M_p^0)</p> 	0,50

	Xem lực $P = 1$ để xác định chuyển vị đơn vị.	0,50
	$\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{1}{2EI} \times \frac{L}{6} \times \left[2 \left(\frac{L}{2} \times \frac{L}{2} + \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \right) - \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \right]$ $+ \frac{1}{2EI} \times \frac{L}{6} \times \left[2 \times \left(\frac{L}{2} \times \frac{L}{2} + L \times L \right) - \frac{L}{2} \times L - \frac{L}{2} \times L \right] + \frac{1}{2EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3}$ $= \frac{L^3}{3EI}$ <p>(Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen (\overline{M}_k), sau đó nhân hai biểu đồ (\overline{M}_k) với (M_p) để tìm δ_{11})</p>	
	$\omega = \sqrt{\frac{g}{2Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{2Q} \times \frac{3EI}{L^3}}$	0,25
	$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{2 \times 150} \times \frac{3 \times 2,1 \times 10^4 \times 3800}{(200)^3}} = 9,8922 \text{ s}^{-1}$	0,50
b	Chu kỳ dao động	0,50
	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
	$T = \frac{2\pi}{9,8922} = 0,6352 \text{ s}$	0,25
c	Tần số kỹ thuật	0,50
	$n = \frac{60}{T}$	0,25
	$n = \frac{60}{0,6352} = 94,4584 \text{ (1/ phút)}$	0,25
	Tổng điểm câu 1	5,00

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
2	a	Ma trận mềm, ma trận khối lượng	1,75
		Đặt lực đơn vị $P = 1$ tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen $(\overline{M}_1), (\overline{M}_2)$	0,50
			0,50
		$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{2L \times 2L \times 2L}{3EI} + \frac{2L \times 2L \times 4L}{3EI} = \frac{8L^3}{EI}$	0,25
		$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = -\frac{L \times L \times 2L}{3EI} - \frac{2L \times L}{6EI} \times (2 \times L + 2L) = -\frac{2L^3}{EI}$	0,25
		$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = 2 \times \left(\frac{L \times L \times 2L}{3EI} \right) = \frac{4L^3}{3EI}$	0,25
		<p>Ma trận mềm:</p> $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{3EI} \begin{bmatrix} 24 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$	0,25
<p>Ma trận khối lượng:</p> <p>+ Σm_i theo phương 1: $m_1 = 2M$</p> <p>+ Σm_i theo phương 2: $m_2 = 5M$</p> $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$	0,25		
b	Tần số dao động riêng	2,25	
	Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận:	0,25	

	$\left [F][M] - \frac{1}{\omega^2}[E] \right = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2}[E] \quad (*)$	
	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{3EI} \begin{bmatrix} 24 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{3EI} \times \begin{bmatrix} 48-u & -30 \\ -12 & 20-u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{3EI}{ML^3} \quad (**)$	
	$(*) \Leftrightarrow A = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 48-u & -30 \\ -12 & 20-u \end{bmatrix} = 0$ Khai triển định thức thu được phương trình: $u^2 - 68u + 600 = 0$	0,50
	Giải phương trình, ta được: $u_1 = 34 + 2\sqrt{139} = 57,5797$ và $u_2 = 34 - 2\sqrt{139} = 10,4203$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{3EI}{ML^3}}$	0,25
	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{34 + 2\sqrt{139}} \times \frac{3 \times 12}{0,054}} = 3,4027 \text{ s}^{-1}$	0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{34 - 2\sqrt{139}} \times \frac{3 \times 12}{0,054}} = 7,9986 \text{ s}^{-1}$	0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo ω): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3,4027 \\ 7,9986 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
c	Ma trận dạng dao động riêng	1,00
	Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{-1} \{B_1\}^{(i)} = \frac{-12}{20-u_i} \quad (***)$	0,25
	Chọn chuyển vị tại vị trí theo phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
	Với $u_1 = 34 + 2\sqrt{139}$ và $u_2 = 34 - 2\sqrt{139}$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = -0,3193 \\ \varphi_{22} = 1,2527 \end{cases}$	0,25
	Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,3193 & 1,2527 \end{bmatrix}$	0,25
Tổng điểm câu 2		5,00